

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	1
1.1	Aussagen und Aussagenlogik	1
1.2	Mengen	3
1.3	Relationen	9
1.4	Abbildungen	14
1.5	Natürliche Zahlen und vollständige Induktion	18
1.6	Unendliche Produkte*	26
1.7	Aufgaben	27
2	Elemente der Algebra	31
2.1	Algebraische Operationen	31
2.2	Homomorphismen	34
2.3	Gruppen, Ringe, Körper	35
2.4	Geordnete Körper	40
2.5	Vollständige geordnete Körper – die reellen Zahlen	50
2.6	Der Körper der komplexen Zahlen	56
2.7	Existenz und Eindeutigkeit von $\mathbb{R}^*$	60
2.8	Aufgaben	62
3	Folgen	65
3.1	Grundbegriffe – Beschränktheit und Konvergenz	66
3.2	Monotonie	74
3.3	Teilfolgen	78
3.4	Cauchy-Folgen	81
3.5	Aufgaben	83
4	Reihen	85
4.1	Grundlagen	85
4.2	Konvergenzkriterien	88
4.3	Reihen komplexer Zahlen	97
4.4	Aufgaben	98
5	Funktionen	101
5.1	Grenzwerte	101
5.2	Stetigkeit	107
5.3	Eigenschaften stetiger reeller Funktionen	111

5.4	Die Exponentialfunktion und verwandte Funktionen	115
5.5	Asymptotischer Vergleich von Funktionen*	127
5.6	Aufgaben	129
6	Differentialrechnung.	131
6.1	Differenzierbarkeit und Ableitung	131
6.2	Ableitungsregeln	136
6.3	Der Mittelwertsatz für differenzierbare reelle Funktionen	141
6.4	Regeln von Bernoulli–de L’Hospital*	146
6.5	Aufgaben	148
7	Vektorräume	151
7.1	Einige Beispiele	151
7.2	K -Vektorräume	155
7.3	Rechenregeln in Vektorräumen	157
7.4	Untervektorräume	157
7.5	Lineare Hüllen und Erzeugendensysteme	160
7.6	Summen von Untervektorräumen	162
7.7	Aufgaben	164
8	Basis und Dimension.	165
8.1	Lineare Unabhängigkeit	165
8.2	Basis eines K -Vektorraumes	166
8.3	Charakterisierung einer Basis und Dimension eines Vektorraumes	168
8.4	Dimension eines Untervektorraumes und Dimensionssatz	174
8.5	Lineare Abbildungen	175
8.6	Isomorphismen von K -Vektorräumen	178
8.7	Dimensionsformel	179
8.8	Quotientenvektorräume*	180
8.9	Aufgaben	183
9	Lineare Abbildungen und Matrizen	185
9.1	Matrizen	185
9.2	Matrizen und lineare Abbildungen	188
9.3	Rang und Inverse	193
9.4	Aufgaben	199
10	Lineare Gleichungssysteme	201
10.1	Lösungstheorie	201
10.2	Das Gauß-Verfahren	205
10.2.1	Elementare Operationen und Matrizen	205
10.2.2	Das Gaußsche Eliminationsverfahren	206
10.3	Aufgaben	208
11	Integration.	209
11.1	Integral von Treppenfunktionen	210
11.2	Integration von Regelfunktionen	213

11.3	Der Mittelwertsatz der reellen Integralrechnung (MWSI)	221
11.4	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (HDI) . . .	222
11.5	Integrationstechniken	224
11.5.1	Integration durch Substitution	224
11.5.2	Partielle Integration	225
11.5.3	Integration rationaler Funktionen	226
11.6	Aufgaben	227
12	Differentialrechnung multivariater Funktionen	229
12.1	Multivariate Funktionen	229
12.2	Differenzierbarkeit	235
12.3	Richtungsableitungen und partielle Differenzierbarkeit	238
12.4	Rechenregeln	247
12.5	Extremstellen	249
12.6	Bivariate reelle Differentiation und univariate komplexe Differentiation*	256
12.7	Aufgaben	258
	Literatur	261
	Stichwortverzeichnis	263