

Brigitte Bidégaray-Fesquet

Hiérarchie de modèles en optique quantique

De Maxwell–Bloch
à Schrödinger non-linéaire

 Springer

Table des matières

Partie I Le modèle de Maxwell–Bloch

1	Contexte physique	3
1.1	L’optique non linéaire et quantique	3
1.2	Phénomènes en optique non linéaire	3
1.2.1	Effets non linéaires du second ordre	3
1.2.2	Effet Kerr	4
1.2.3	Effet laser	4
1.2.4	Diffusions Raman	5
2	Modèle physique	7
2.1	Les équations de Bloch	7
2.1.1	Vecteur d’état, équation de Schrödinger	7
2.1.2	Formalisme de la matrice densité	8
2.1.3	L’approximation dipolaire électrique	9
2.1.4	Les équations de Bloch	10
2.1.5	Symétries, propriétés de positivité	10
2.1.6	Modèles de relaxation	12
2.2	Le système de Maxwell–Bloch	15
2.2.1	Équations de Maxwell	15
2.2.2	Couplage via la polarisation	15
2.2.3	Modes de polarisation de l’onde	16
2.3	Modèle à deux niveaux d’énergie	17
2.3.1	Variables de Bloch à deux niveaux	17
2.3.2	Couplage via la polarisation	18
2.3.3	Un modèle unidimensionnel	18
3	Analyse mathématique	21
3.1	Le modèle complet et la terminologie	21
3.2	Propriétés mathématiques	21
3.2.1	Conservation de la trace	22

3.2.2	Positivité des populations	23
3.2.3	Majoration des cohérences	24
3.2.4	Positivité de la matrice densité	25
3.3	Problème de Cauchy local	27
3.4	Estimations a priori	31
3.4.1	Estimation L^∞ de la matrice densité	32
3.4.2	Définition d'une énergie physique	32
3.4.3	Premières estimations L^2	33
3.4.4	Majoration de l'énergie	33
3.5	Problème de Cauchy global	34
3.5.1	Modèle à deux niveaux	34
3.5.2	Modèle à N niveaux	35
4	Simulations numériques	37
4.1	Transparence auto-induite	37
4.2	Génération de seconde harmonique	41
4.3	Transfert de cohérence	43
4.4	Effet Raman	45
	Littérature de la partie I	49

Partie II Une hiérarchie de modèles

5	Équations de taux	53
5.1	Dérivation heuristique des équations de taux	53
5.2	Analogie avec les équations d'Einstein	55
5.3	Dérivation rigoureuse des équations de taux	56
5.4	États d'équilibre des équations de taux	57
5.4.1	Hypothèses et notations	57
5.4.2	Cas de la relaxation de Pauli seule	58
5.4.3	Dimension du noyau de Ψ	58
5.4.4	Calcul de l'état d'équilibre	59
5.4.5	Définition d'une température	61
5.4.6	Négativité de l'opérateur de taux	61
6	Expressions classiques de la polarisation	63
6.1	Modèles linéaires	63
6.1.1	Modèle de Debye	64
6.1.2	Modèle de Lorentz	64
6.1.3	Optique linéaire instantanée	66
6.2	Modèles non linéaires	66
6.3	Autres développements	67

7	Équations d'enveloppe	69
7.1	Approche heuristique	69
7.1.1	Suppression du déplacement magnétique	69
7.1.2	Approximation paraxiale	70
7.1.3	Suppression de l'échelle rapide	70
7.1.4	Transparence auto-induite	71
7.2	Adimensionnement	72
7.2.1	Cas de l'interaction forte	72
7.2.2	Cas des champs faibles se propageant dans des milieux peu excités.	73
7.2.3	Cas proche de la résonance	75
7.3	Asymptotiques rigoureuses	76
7.3.1	Optiques géométrique et diffractive	77
7.3.2	Présentation de la méthode dans le cadre de l'optique de Descartes	77
7.3.3	Généralisations à d'autres phénomènes	79
7.3.4	Application à des systèmes concrets	82
	Littérature de la partie II	85

Partie III Considérations numériques

8	Discrétisation des équations de Bloch	89
8.1	La méthode de Crank–Nicolson	89
8.1.1	Présentation	89
8.1.2	Défaut de positivité	90
8.1.3	Erreur de trace	92
8.2	Une méthode de splitting	92
8.2.1	Principe	92
8.2.2	Réalisation	93
8.3	Illustration numérique	97
9	Discrétisation des équations de Maxwell	99
9.1	Un schéma aux différences finies : le schéma de Yee	99
9.1.1	Schéma de Yee unidimensionnel	99
9.1.2	Schéma de Yee bidimensionnel	100
9.2	Stabilité	100
9.2.1	Stabilité linéaire classique	100
9.2.2	Stabilité non linéaire	105
9.3	Schémas aux volumes finis	108
9.3.1	Polarisation TE	108
9.3.2	Polarisation TM	110

10	Couplage Maxwell–Bloch	111
10.1	Expressions de la polarisation	111
10.1.1	Formulation via le calcul de $\mathbf{P}$	111
10.1.2	Formulation via le calcul de $\mathbf{J}$	112
10.2	Couplage fort avec le schéma de Yee	112
10.3	Couplage faible avec le schéma de Yee	113
10.3.1	Méthode de Crank–Nicolson	113
10.3.2	Méthode du splitting	113
10.3.3	Méthode de la relaxation	114
10.4	Illustration numérique	114
10.4.1	Précision	114
10.4.2	Stabilité	115
10.5	Schéma aux volumes finis	122
10.5.1	Discretisation en espace	122
10.5.2	Discretisation en temps	123
11	Modèles classiques	125
11.1	Modèles discrets de type Yee	125
11.1.1	Principes des méthodes numériques	125
11.1.2	Modèle de Debye	127
11.1.3	Modèle de Lorentz	129
11.1.4	Permittivité numérique des schémas	130
11.1.5	Stabilité des méthodes par intégration directe	133
11.2	Schémas aux éléments finis	139
11.3	Équations d’enveloppe	140
	Littérature de la partie III	141

Tendances pour l’avenir

Simplification du modèle	145
--------------------------	-----

Enrichissements du modèle	146
---------------------------	-----

Appendices

A	Constantes physiques	149
A.1	Préfixes et symboles	149
A.2	Le système MKS	149
A.3	Constantes universelles	150
A.4	Unités des variables en optique non linéaire	150

B Mesures physiques	151
B.1 Longueurs d'ondes	151
B.2 Temps caractéristiques	152
B.3 Valeurs de n_0 et n_2	152
B.4 Temps de relaxation	153
B.5 Modèle de Debye	153
B.6 Modèle de Lorentz	153
C Notations	155
Littérature de la conclusion et des appendices	165
Liste des figures	167
Index	169