

Inhalt

Vorwort — V

- 1 Komplexe Zahlen und ihre geometrische Darstellung — 1**
 - 1.1 Von den natürlichen Zahlen zu den komplexen Zahlen — 1
 - 1.2 Die komplexen Zahlen — 6
 - 1.3 Rechnen im Körper $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ — 9
 - Aufgaben — 10
 - 1.4 Die Gaußsche Zahlenebene — 12
 - 1.5 Die Betragsfunktion in \mathbb{C} — 12
 - 1.6 Punktmengen in der Gaußschen Zahlenebene — 16
 - Aufgaben — 23
 - 1.7 Polarkoordinatendarstellung — 24
 - 1.8 Geometrische Interpretation der Rechenoperationen in \mathbb{C} — 27
 - 1.9 Die Formeln von Moivre und Euler — 29
 - 1.10 Anwendungen in der Physik: Bewegungen eines Punktes in der Ebene — 34
 - 1.11 Spiralen — 40
 - 1.12 Komplexe Zahlen und Fraktale — 45
 - Aufgaben — 52

- 2 Primzahlen im Komplexen — 55**
 - 2.1 Die Menge der ganzen Gaußschen Zahlen — 55
 - 2.2 Norm und Einheiten — 55
 - 2.3 Die Gaußschen Primzahlen — 57
 - 2.4 Division mit Rest im Ring der ganzen Gaußschen Zahlen — 59
 - 2.5 Primfaktorzerlegung in \mathbb{G} — 60
 - Aufgaben — 62

- 3 Lösungen algebraischer Gleichungen — 63**
 - 3.1 Quadratwurzeln und quadratische Gleichungen — 63
 - 3.2 Allgemeine Wurzeln — 68
 - 3.3 Einheitswurzeln: n -te Wurzeln aus der Zahl 1 — 70
 - Aufgaben — 75
 - 3.4 Kubische Gleichungen — 76
 - 3.5 Ausblick — 88
 - 3.6 Lösungen der Gleichung 4. Grades — 88
 - Aufgaben — 90

4	Fundamentalsatz der Algebra — 93
4.1	Die Problemstellung — 93
4.2	Der Fundamentalsatz der Algebra — 93
4.3	Die Bedeutung des Fundamentalsatzes — 101
	Aufgaben — 104
5	Riemannsche Kugel — 105
5.1	Einleitung — 105
5.2	Stereografische Projektion — 106
5.3	Eigenschaften der stereografischen Projektion — 108
5.4	Darstellung einer Funktion auf der Riemannschen Zahlenkugel – ein Beispiel — 112
	Aufgaben — 113
6	Komplexe Funktionen — 115
6.1	Begriffsbildung — 115
6.2	Differenzieren von komplexen Funktionen — 117
6.3	Konforme Abbildungen — 120
	Aufgaben — 123
7	Gebrochen lineare Funktionen — 125
7.1	Ganze lineare Funktionen — 126
7.2	Die Inversion — 129
7.3	Spiegelung am Kreis und hyperbolische Fraktal-Ornamente — 135
7.4	Kurvenverwandtschaft bei der Inversion $y = 1/z$ — 137
7.5	Gebrochen lineare Funktionen: Möbiustransformationen — 140
7.6	Das Doppelverhältnis — 146
7.7	Normalform der Möbiustransformation mit zwei Fixpunkten — 147
7.8	Möbius-Transformationen auf der Riemannschen Kugel — 152
	Aufgaben — 154
8	Die Jukowski-Funktion und die Funktion $w = z^2$ — 157
9	Nichteuklidische Geometrie — 163
9.1	Euklid und seine Axiome — 163
9.2	Modelle der hyperbolischen Geometrie — 165
9.2.1	Poincarésche Halbebene — 166
9.2.2	Poincarésche Scheibe — 171
9.3	Eigenschaften der hyperbolischen Geometrie — 173
10	Komplexe Zahlen und dynamische Geometrie — 177
10.1	Die interaktive Geometriesoftware Cinderella.2 — 177

10.2	Die Programmierschnittstelle von Cinderella —	180
10.3	Fraktale —	183
10.4	Ganze lineare Funktionen —	186
11	Komplexe Zahlen und Konforme Abbildungen mit MAPLE —	189
	Stichwortverzeichnis —	213