
Finite-Element-Modellierung 2

Thomas Bulenda

Finite-Element- Modellierung 2

Anwendungen in der nichtlinearen Statik

Prof. Dr.-Ing. Thomas Bulenda
Fakultät Bauingenieurwesen
OTH Regensburg
Regensburg, Deutschland

ISBN 978-3-658-42207-3

ISBN 978-3-658-42208-0 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-658-42208-0>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert an Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2024

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Frieder Kumm

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

Das Papier dieses Produkts ist recyclebar.

Für meine Frau Jessica und meinen Sohn Julius

Vorwort

Die Finite-Element-Methode ist ein wichtiges Werkzeug für den Tragwerksplaner. Dabei steht für ihn vor allem die Modellierung mit Finiten Elementen im Vordergrund, weniger die Programmierung. An den Hochschulen werden in der Regel die unabdingbaren Grundprinzipien des Verfahrens unterrichtet, für die Anwendung bleibt oftmals nur wenig Zeit. Die Arbeit mit einem kommerziellen Programm lernt der junge Ingenieur dann durch Learning by Doing. Geeignete Fachliteratur gibt es wenig.

Hier will das vorliegende Buch ansetzen, indem es die Modellierung mit Finiten Elementen in den Vordergrund stellt. Es entstand aus den Vorlesungen zur Finiten-Element-Methode, die der Autor seit 1998 an der OTH Regensburg hält. Die Themenbereiche kommen hauptsächlich aus seiner Tätigkeit als Prüfingenieur für Baustatik in der Sennewald+Steger PartGmbH.

Das Buch umfasst zwei Bände.

Im ersten Band werden Themen der linearen Statik behandelt. So werden die Normalkraftstäbe, Balken, Scheiben, Platten, Plattenbalken und räumliche Systeme mit ihren jeweiligen Besonderheiten besprochen. In diesem Band finden sich auch zwei Kapitel, die eher den theoretischen Grundlagen als der Modellierung zuzuordnen sind. Kap. 2 erläutert den Grundgedanken der Finite-Element-Methode am Beispiel des Normalkraftstabs und in Kap. 8 werden einige numerische Aspekte besprochen.

Der zweite Band widmet sich der Modellierung im Bereich der nichtlinearen Statik. Hier werden die materielle und die geometrische Nichtlinearität sowie die Systemnichtlinearität in unterschiedlichen Anwendungen behandelt. Der ausführliche Anhang des zweiten Bandes erklärt die Algorithmen zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme und Eigenwertprobleme anhand vieler Beispiele.

Das Buch hat den Anspruch, die gezeigten Systeme so zu erklären, dass sie vom Leser nachgebaut werden können. Die Modellierung erfolgt zudem nicht nur oberflächlich, sondern geht an vielen Stellen stark ins Detail. Während man die prinzipiellen Eingaben noch recht gut allgemein und damit programmunabhängig halten kann, geht dies bei den Spezialfällen nicht mehr. Hier unterscheiden sich die Programme zu stark in ihren Möglichkeiten und Eingaben. Sollen ambitionierte Modellbildungen dargestellt werden, muss man sich folglich für die konkrete Umsetzung mit einem Programm entscheiden. In diesem Buch wurden alle Berechnungen mit den Programmen der SOFiSTiK AG durchge-

führt. Damit sie vom Leser nachvollzogen werden können, sind auch die Eingaben in der CADINDP-Sprache mit abgedruckt. Für Anwender der SOFiSTiK-Programme entsteht so ein zusätzlicher Nutzen. Ingenieure, die mit anderen Programmen arbeiten, können die Eingaben natürlich nicht übernehmen, sollten aber durch die ausführliche Beschreibung in der Lage sein, sie auf ihr Programm zu übertragen.

Eine Besonderheit des Buches ist, dass nicht nur die eine Lösung eines Problems dargestellt wird. Bei vielen Beispielen werden auch auf den ersten Blick durchaus denkbare Herangehensweisen verfolgt, die aber dem Problem nicht gerecht werden. Wenn der Leser auf diese Weise ermutigt wird, seine eigenen Modellbildungen kritisch zu hinterfragen, hat das Buch sein Ziel erreicht.

Bei Springer Vieweg bedanke ich mich für die unkomplizierte Zusammenarbeit.

Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird auf eine geschlechtsneutrale Differenzierung verzichtet. Entsprechende Begriffe gelten im Sinne der Gleichbehandlung grundsätzlich für beide Geschlechter. Die verkürzte Sprachform beinhaltet keine Wertung.

Regensburg
August 2023

Thomas Bulenda

Inhaltsverzeichnis

1	Übersicht	1
	Literatur	2
2	Materialnichtlinearität	3
2.1	Grenztragfähigkeit des Querschnitts	4
2.1.1	Rechteckquerschnitt – Vollplastizierung	4
2.1.2	Teilplastizierung	6
2.1.3	Schnittgrößeninteraktion N + M beim Rechteckquerschnitt	9
2.1.4	Schnittgrößeninteraktion V + M beim Rechteckquerschnitt	11
2.1.5	Interaktionsgleichungen für andere Querschnitte	13
2.1.6	Interaktionen im Programm AQB	13
2.2	Grenztragfähigkeit des Systems	14
2.2.1	Schrittweise elastische Berechnung der Traglast mit der Fließgelenktheorie	15
2.2.2	Traglastsätze	19
2.2.3	Größe der Fließzonen	25
2.3	Materialnichtlinearität mit Finiten Elementen	30
2.3.1	Zweifeldträger, linear elastisch	30
2.3.2	Nachweis elastisch-plastisch mit SOFiSTiK	34
2.3.3	Fließgelenktheorie	37
2.3.4	Fließzonentheorie	42
	Literatur	60
3	Geometrische Nichtlinearität	61
3.1	Unterschiedliche Berechnungsverfahren	61
3.1.1	Berechnung 1: Theorie I. Ordnung	68
3.1.2	Berechnung 2: Theorie I. Ordnung, 1 cm Auslenkung	69
3.1.3	Berechnung 3: Theorie I. Ordnung, Vorspannung	71
3.1.4	Berechnung 4: Theorie I. Ordnung, Vorspannung und 1 cm Auslenkung	72

3.1.5	Berechnung 5: Theorie II. Ordnung	73
3.1.6	Berechnung 6: Theorie II. Ordnung, Vorspannung	75
3.1.7	Berechnung 7: Theorie II. Ordnung, 1 cm Auslenkung	78
3.1.8	Berechnung 8: Theorie III. Ordnung (geometrisch nichtlinear)	83
3.1.9	Ergebnisse	89
3.1.10	Berechnung 9: Stabelemente	90
3.2	Verzweigungsprobleme	92
3.2.1	Berechnung 1: Euler-Fall II mit nur einem Stabelement, linear	96
3.2.2	Berechnung 2: Euler-Fall II mit einem bzw. 10 Stabelementen, nichtlinear	98
3.2.3	Berechnung 3: Euler-Fall II mit 10 Stabelementen, Kurvenverfolgung	99
3.2.4	Linearisierte Eigenwertanalyse	102
3.2.5	Begleitende Eigenwertanalyse	106
3.2.6	Imperfektes System	110
3.2.7	Traglast unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens	117
3.2.8	Die zweite Eigenform als Imperfektion – elastisch	120
3.2.9	Zweifeldträger unter Druck mit Querlast	124
3.2.10	Imperfekter Rahmen	135
3.2.11	Imperfekter Bogen	148
3.2.12	Ausgeknickter Fachwerkbinder	154
3.3	Das Durchschlagproblem	159
3.3.1	Problemstellung und analytische Lösung	159
3.3.2	Berechnung 1: Fachwerkzweischlag	169
3.3.3	Berechnung 2: Stabelemente	178
3.3.4	Berechnung 3: Feinere Unterteilung	179
3.3.5	Eigenwertanalyse	181
3.3.6	Durchschlag maßgebend	188
3.3.7	Interaktion der Versagensmoden	193
3.3.8	Praxisbeispiel Gitterschale	199
3.4	Imperfektionen – Imperfektionsempfindlichkeit	200
3.4.1	Form der Imperfektion	201
3.4.2	Imperfektion als Kombination verschiedener Eigenformen	204
3.4.3	Normierung	205
3.4.4	Skalierung der Ersatzimperfektion	206
3.4.5	Imperfektionsempfindlichkeit	212
	Literatur	214
4	Stahlbetonstütze	217
4.1	Lineare Berechnung und Regelbemessung	219
4.2	Berechnung nach Theorie II. Ordnung mit linearem Materialgesetz	223

4.3	Berücksichtigung von Material- und Geometrie-Nichtlinearität	225
4.3.1	Verfahren der „Doppelten Buchführung“ nach DIN 1992-1-1 (2011), 5.8.6	226
4.3.2	Nichtlineare Berechnung mit veränderter Grundbewehrung	232
4.3.3	γ_R -Verfahren nach DIN 1992-1-1 (2011), 5.7, (NA.7 bis 15)	232
	Literatur	237
5	Biegedrillknicken	239
5.1	Einführungsbeispiel	239
5.1.1	Handberechnung nach dem Ersatzstabverfahren	240
5.1.2	Spannungen am perfekten System	241
5.1.3	Spannungen am imperfekten System bei elastischer Querschnittsausnutzung mit $q = 6,8 \text{ kN/m}$	242
5.1.4	Imperfektes System nach Fließzonentheorie mit $q = 7,0 \text{ kN/m}$	244
5.1.5	Imperfektes System bei plastischer Querschnittsausnutzung mit $q = 7,0 \text{ kN/m}$ und Kurvenverfolgung mit vollplastischer Schnittgrößeninteraktion	248
5.1.6	Imperfektes System nach Fließzonentheorie mit $q = 7,0 \text{ kN/m}$ und unechter Kurvenverfolgung	252
5.1.7	Imperfektes System elastisch-plastisch berechnet, voreingestellte Interaktion	253
5.1.8	Imperfektes System plastisch-plastisch berechnet, mit Nachverfestigung	257
5.1.9	Imperfektes System plastisch-plastisch berechnet, mit Nachverfestigung nach Theorie II. Ordnung statt Theorie III. Ordnung	257
5.1.10	Ersatzstabverfahren	258
5.1.11	Zusammenfassung	262
5.2	Vergleich Ersatzstabverfahren – Theorie II. Ordnung –	263
5.3	Biegedrillknicknachweis eines Rahmenriegels	266
5.3.1	Modellierung der Vouten	266
5.3.2	Schnittkraftermittlung	272
5.3.3	Berechnung am geraden Träger nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung	278
5.3.4	Grundsystem	279
5.3.5	Imperfektion aus Eigenwertanalyse unter Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion	281
5.3.6	Aussteifung durch einen Verband	283
5.3.7	Einfluss der Drehbettung aus den Pfetten	286
5.3.8	Einfluss der Drehbettung aus zusätzlichen Pfetten	291
5.3.9	Imperfektionsempfindlichkeit	292
5.3.10	Eigenwertanalyse ohne Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion	293

5.3.11	Biegedrillnicknachweis mit dem Ersatzstabverfahren	295
5.3.12	Anschlusskräfte und Anschlussmomente	295
5.4	Biegedrillnicknachweis am Rahmen	296
5.5	Berechnung am Gesamtsystem	300
	Literatur	300
6	Pendelstützen	303
6.1	Hallenrahmen	303
6.2	Berechnung nach Theorie I. Ordnung	306
6.3	Berechnung nach Theorie II. Ordnung ohne Imperfektionen	307
6.4	Berechnung nach Theorie II. Ordnung mit Imperfektionen	308
6.5	Pendelstützen durch Lager ersetzt	310
6.6	Ergebnisse	312
6.7	Praxisbeispiel: Stahlhalle	314
	Literatur	316
7	Formfindung	317
7.1	Stützlinienbogen	319
7.2	Schalen	328
	Literatur	333
8	Schalenbeulen	335
8.1	Spannungsbasierter Nachweis	338
8.1.1	Axialdruck	338
8.1.2	Umfangsdruck	343
8.1.3	Nachweis	352
8.2	LBA/MNA-Nachweis	354
8.2.1	Axialdruck	355
8.2.2	Umfangsdruck	360
8.2.3	Nachweis	369
8.3	GMNIA-Berechnung	369
8.4	Ergebnis	370
	Literatur	371
9	Nichtlinearität aus Systemänderung	373
9.1	Einführungsbeispiel	373
9.2	Vorgespannter Fachwerkträger	378
9.3	Praxisbeispiel Treppenhausgründung	383
9.4	Bauablauf	385
9.4.1	Vergleichsberechnung am zweigeschossigen System	388
9.4.2	Mehrgeschossiges Beispiel	394
	Literatur	407

10	Anhang: Numerische Methoden	409
10.1	Iterationsverfahren zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme	409
10.1.1	Fixpunktiteration	410
10.1.2	Newton-Raphson-Verfahren	425
10.1.3	Konvergenzkriterien, Abbruch der Iteration	437
10.1.4	Beispiel zur Newton-Raphson-Iteration	440
10.1.5	Das Newton-Raphson-Verfahren in der Statik	451
10.1.6	Line-Search-Verfahren	454
10.1.7	Quasi-Newton-Verfahren	468
10.1.8	Iterationsverfahren in SOFiSTiK – ASE	478
10.2	Eigenwertprobleme	480
10.2.1	Einführungsbeispiel	480
10.2.2	Lösung der Eigenwertprobleme mit dem charakteristischen Polynom	484
10.2.3	Eigenwerte und Stabilität	489
10.2.4	Koordinatentransformation	490
10.2.5	Transformation in den Eigenraum	491
10.2.6	Mathematische Erkenntnisse	493
10.2.7	Eigenwerte in der Statik	495
10.2.8	Zusammenhang mit der Determinante	499
10.2.9	Numerische Eigenwertberechnung	499
10.2.10	Beispiele zur Eigenwertberechnung	508
10.3	Kurvenverfolgung	522
10.3.1	Ausgangsüberlegung	522
10.3.2	Kurvenverfolgung	524
10.3.3	Kritische Punkte	526
	Literatur	527
	Stichwortverzeichnis	529