

Inhaltsverzeichnis

Teil I Aufgaben

1	Lineare Gleichungssysteme	3
1.2	Geraden in der Ebene.....	4
1.3	Ebenen und Geraden im Standardraum $\mathbb{R}^3$	4
1.4	Das Eliminationsverfahren von GAUSS.....	5
2	Grundbegriffe	7
2.1	Mengen und Abbildungen	7
2.2	Gruppen	9
2.3	Ringe, Körper und Polynome	11
2.4	Vektorräume.....	14
2.5	Basis und Dimension	16
2.6	Summen von Vektorräumen*	18
3	Lineare Abbildungen	19
3.1	Beispiele und Definitionen.....	19
3.2	Bild, Fasern und Kern, Quotientenvektorräume*.....	20
3.3	Lineare Gleichungssysteme und der Rang einer Matrix	22
3.4	Lineare Abbildungen und Matrizen	25
3.5	Multiplikation von Matrizen	27
3.6	Basiswechsel	30
3.7	Elementarmatrizen und Matrizenumformungen	32

4	Determinanten	35
4.1	Beispiele und Definitionen.	36
4.2	Existenz und Eindeutigkeit	37
4.3	Minoren*	40
4.4	Determinante eines Endomorphismus und Orientierung*	42
5	Eigenwerte	43
5.1	Beispiele und Definitionen.	44
5.2	Das charakteristische Polynom	45
5.3	Diagonalisierung	46
5.4	Trigonalisierung*	47
5.5	Die JORDANSche Normalform, Formulierung des Satzes und Anwendungen*	48
5.6	Polynome von Endomorphismen*	50
5.7	Die JORDANSche Normalform, Beweis*	51
6	Bilinearformen und Skalarprodukte	57
6.1	Das kanonische Skalarprodukt im $\mathbb{R}^n$	57
6.2	Das Vektorprodukt im $\mathbb{R}^3$	61
6.3	Das kanonische Skalarprodukt im $\mathbb{C}^n$	63
6.4	Bilinearformen und quadratische Formen	64
6.5	Skalarprodukte	65
6.6	Orthogonale und unitäre Endomorphismen.	68
6.7	Selbstadjungierte und normale Endomorphismen	69
7	Dualität und Tensorprodukte*	71
7.1	Dualräume	71
7.2	Dualität und Skalarprodukte	72
7.3	Tensorprodukte*	73
7.4	Multilineare Algebra*	77
 Teil II Lösungen		
1	Lineare Gleichungssysteme	83
1.2	Geraden in der Ebene.	83
1.3	Ebenen und Geraden im Standardraum $\mathbb{R}^3$	86
1.4	Das Eliminationsverfahren von GAUSS.	88

2	Grundbegriffe	93
2.1	Mengen und Abbildungen	93
2.2	Gruppen	100
2.3	Ringe, Körper und Polynome	110
2.4	Vektorräume	120
2.5	Basis und Dimension	130
2.6	Summen von Vektorräumen*	138
3	Lineare Abbildungen	143
3.1	Beispiele und Definitionen	143
3.2	Bild, Fasern und Kern, Quotientenvektorräume*	146
3.3	Lineare Gleichungssysteme und der Rang einer Matrix	151
3.4	Lineare Abbildungen und Matrizen	159
3.5	Multiplikation von Matrizen	165
3.6	Basiswechsel	176
3.7	Elementarmatrizen und Matrizenumformungen	180
4	Determinanten	185
4.1	Beispiele und Definitionen	185
4.2	Existenz und Eindeutigkeit	190
4.3	Minoren*	206
4.4	Determinante eines Endomorphismus und Orientierung*	212
5	Eigenwerte	217
5.1	Beispiele und Definitionen	217
5.2	Das charakteristische Polynom	220
5.3	Diagonalisierung	225
5.4	Trigonalisierung*	233
5.5	Die JORDANSche Normalform, Formulierung des Satzes und Anwendungen*	238
5.6	Polynome von Endomorphismen*	247
5.7	Die JORDANSche Normalform, Beweis*	251
6	Bilinearformen und Skalarprodukte	271
6.1	Das kanonische Skalarprodukt im $\mathbb{R}^n$	271
6.2	Das Vektorprodukt im $\mathbb{R}^3$	280

6.3	Das kanonische Skalarprodukt im $\mathbb{C}^n$	285
6.4	Bilinearformen und quadratische Formen	286
6.5	Skalarprodukte	292
6.6	Orthogonale und unitäre Endomorphismen	309
6.7	Selbstadjungierte und normale Endomorphismen	314
7	Dualität und Tensorprodukte*	319
7.1	Dualräume	319
7.2	Dualität und Skalarprodukte	322
7.3	Tensorprodukte*	326
7.4	Multilineare Algebra	341
	Literatur	353
	Stichwortverzeichnis	355