

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mathematische Notationen und Grundbegriffe</b>	<b>9</b>
1.1	Definition-Satz-Beweis, mathematische Terminologie . . . . .	10
1.2	Mengen . . . . .	12
1.3	Mengensysteme, Potenzmenge . . . . .	16
1.4	Folgen . . . . .	17
1.5	Kartesisches Produkt . . . . .	21
1.6	Summen und Produkte . . . . .	22
1.7	Matrizen und Skalarprodukt . . . . .	24
1.8	Algebraische Strukturen, axiomatische Definitionen . . . . .	27
1.9	Induktive Definitionen . . . . .	31
1.10	Relationen . . . . .	33
1.11	Funktionen . . . . .	37
1.12	Strukturerhaltende Abbildungen . . . . .	42
1.13	Abzählbar, überabzählbar . . . . .	43
1.14	Wahrscheinlichkeit . . . . .	45
1.15	Logische Operationen . . . . .	53
1.16	Quantoren . . . . .	57
1.17	Normalformen . . . . .	61
1.18	Fast alle, unendlich viele, O-Notation . . . . .	62
1.19	Gleichmäßig, nicht-gleichmäßig . . . . .	63
<b>2</b>	<b>Über den Umgang mit mathematischen Notationen</b>	<b>65</b>
2.1	Infix, Präfix, Postfix . . . . .	65
2.2	Funktionswert vs. Funktion, $\lambda$ -Notation . . . . .	67
2.3	Syntax und Semantik, Metasprache und Objektsprache . . . . .	69
2.4	Paradoxien, Gödel und Russell . . . . .	71
<b>3</b>	<b>Grundlegende Beweistechniken</b>	<b>75</b>
3.1	Axiome, Kalküle, Beweise . . . . .	76
3.2	Direkter Beweis, „Definition Chasing“ . . . . .	77
3.3	Fallunterscheidungen . . . . .	79
3.4	Implikation, Äquivalenz, Ringschluss . . . . .	80

3.5	Indirekter Beweis, Beweis durch Widerspruch . . . . .	82
3.6	Es genügt zu zeigen“, Verschärfung und Abschwächung . . . . .	88
3.7	„Ohne Beschränkung der Allgemeinheit“ . . . . .	89
3.8	Existenz und Eindeutigkeit . . . . .	90
3.9	Effizient und effektiv . . . . .	91
3.10	Induktion . . . . .	92
3.11	Strukturelle Induktion . . . . .	97
3.12	Induktion als Konstruktionsprinzip . . . . .	98
3.13	Beweistechnischer Umgang mit Quantoren, Skolem-Funktionen . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Fortgeschrittene Beweistechniken</b>	<b>105</b>
4.1	Korrektheitsbeweise von Algorithmen, Schleifeninvariante . . . . .	105
4.2	Terminationsbeweise . . . . .	108
4.3	Schubfachprinzip und Anzahlargumente . . . . .	114
4.4	Inklusion - Exklusion . . . . .	116
4.5	Doppeltes Zählen . . . . .	118
4.6	Diagonalisierung . . . . .	120
4.7	Beweis durch Lineare Algebra . . . . .	122
4.8	Beweismethode „Polynomifizierung“ . . . . .	123
4.9	Informationstheoretische Argumente . . . . .	126
4.10	Erzeugende Funktionen, Funktionaltransformationen . . . . .	129
4.11	Indikator-Zufallsvariablen . . . . .	135
4.12	Probabilistische Existenzbeweise . . . . .	138
4.13	NP-Vollständigkeitsbeweise und Unentscheidbarkeitsbeweise mittels Reduktion . . . . .	142
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>147</b>
	<b>Griechische, hebräische und altdeutsche Buchstaben</b>	<b>148</b>
	<b>Literatur</b>	<b>149</b>
	<b>Index</b>	<b>154</b>